

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE 2 MIASHS

Espaces euclidiens

Contrôle continu, le 18 novembre 2025, 13h30–14h00

CORRIGE et BAREME

Exercice 1. (1 pt) La forme quadratique associée est

$$2xy - 4xz + y^2 - z^2.$$

Exercice 2. (1 pt) La matrice de la forme bilinéaire symétrique associée est

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Exercice 3. a. (2 pts) On a

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4xy + 6y^2 &= 2(x^2 - 2xy) + 6y^2 = \\ &= 2((x - y)^2 - y^2) + 6y^2 = 2(x - y)^2 + 4y^2. \end{aligned}$$

b. (2 pts) On a vu en cours que

$$xy = \frac{1}{4}(x + y)^2 - \frac{1}{4}(x - y)^2.$$

c. (4 pts) On effectue la méthode de Gauss :

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + 4xz + 6xt + y^2 + 5yz + 4z^2 + 9t^2 &= \\ (x + y + 2z + 3t)^2 + yz - 6yt - 12zt &= \\ (x + y + 2z + 3t)^2 + (y - 12t)(z - 6t) - 72t^2 &= \\ (x + y + 2z + 3t)^2 + \frac{1}{4}((y - 12t) + (z - 6t))^2 + \\ \frac{1}{4}((y - 12t) - (z - 6t))^2 - 72t^2 &= \\ (x + y + 2z + 3t)^2 + \frac{1}{4}(y + z - 18t)^2 + \frac{1}{4}(y - z - 6t)^2 - 72t^2. \end{aligned}$$